

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

8 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

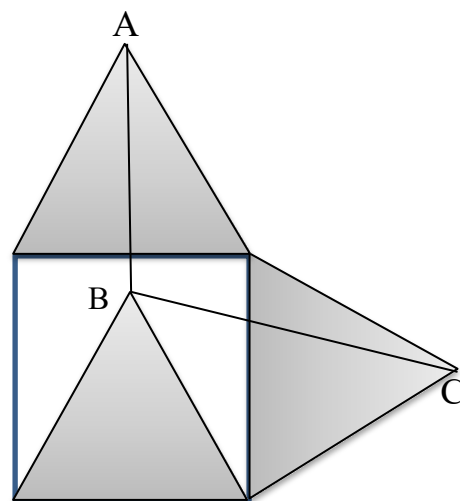
Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

8.1. Вычислите:

$$(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1) - 2^{64} + 128$$

8.2. На трёх сторонах квадрата построили равносторонние треугольники так, как это показано на рисунке. Найдите на нем величину угла ABC.



8.3. Двух шахматных коней назовём «упряжкой», если они стоят на доске так, что бьют друг друга. Можно ли поставить на шахматную доску 12 упряжек так, чтобы кони из разных упряжек друг друга не били?

8.4. На урок химии учительница принесла полную колбу с 40%-ной соляной кислотой. Она отлила некоторое количество в первую пробирку, долила колбу водой доверху и перемешала. Потом такое же количество отлила во вторую пробирку, долила колбу водой и перемешала. Потом такое же количество отлила в третью пробирку, опять долила воды и перемешала. В результате концентрация кислоты в колбе стала равна 16,875%. Какова концентрация кислоты во второй пробирке?

8.5. Дан многочлен $(1 + a^3 + a^6 + a^9 + \dots + a^{30})(1 + a^5 + a^{10} + a^{15} + \dots + a^{30})$. Определите, сколько одночленов будет после его преобразования.